Vraagstukken: een proefveld voor begrijpend lezen en kritisch denken?

Lieven Verschaffel

In het Centrum voor Instructiepsychologie en -Technologie (CIP&T) van de KU Leuven wordt sinds het begin van de jaren tachtig gewerkt aan de uitbouw van een empirisch gefundeerde onderwijsleertheorie van het (leren) probleemoplossend denken bij leerlingen van de basisschool. Van meetaf aan werd er voor geopteerd om deze studie van het probleemoplossend denken toe te spitsen op één bepaald inhoudsgebied. De keuze viel op wiskundige problemen en werd nog verder toegespitst op het (leren) oplossen van redactie-opgaven of rekenvraagstukken bij leerlingen van de basisschool en de onderbouw van het secundair onderwijs.

Vraagstukken vormen een belangrijk onderdeel van het reken/wiskundeprogramma. Een eerste reden om dit soort van problemen in de reken/wiskundelessen in te schakelen, is ervoor te zorgen dat de leerlingen de wiskundige begrippen en rekentechnieken die ze tijdens deze lessen verworven hebben, achteraf kunnen toepassen in levensechte of levensnabije (probleem)situaties. Daarnaast worden vraagstukken van oudsher ook gebruikt om het leren denken en leren probleemoplossen van leerlingen te stimuleren of - anders gezegd - om 'hun verstand te scherpen'. Vooral de zogenaamde *leesrekenopgaven* kregen deze laatste functie toebedeeld (Verschaffel 1989).

Zowel op basis van praktijkervaringen als van de resultaten van wetenschappelijk onderzoek, is de traditonele vraagstukkendidactiek de voorbije jaren echter onder scherpe kritiek komen te staan. In essentie komt de kritiek hierop neer dat de genoemde doelstellingen van het vraagstukkenonderwijs niet of in onvoldoende mate gerealiseerd worden. Anders gezegd, op het einde van de basisschool zouden er nog veel te veel leerlingen zijn die

- de verworven wiskundige kennis en vaardigheden niet kunnen relateren aan en gebruiken in eenvoudige praktische toepassingssituaties;
- opgaven waarin zij niet direct een type- of standaardopgave herkennen, niet tot een goed einde weten te brengen omdat ze niet beschikken over waardevolle strategieën en houdingen voor het aanpakken van échte problemen (zie o.m. Verschaffel & De Corte, ter perse; Verschaffel & Gravemeijer 1990).

Hierna worden enkele bevindingen besproken van het onderzoek dat de voorbije jaren in het CIP&T op dit terrein is verricht. Er wordt stilgestaan bij drie belangrijke en complementaire aspecten van het vaardig (leren) oplossen van contextgebonden wiskundige toepassingsopgaven, waar leerlingen heel wat problemen mee blijken te hebben. We hebben daarbij uitdrukkelijk gekozen voor enkele aspecten die rechtstreeks te maken hebben met de *talige* en de *strategische* kant van het (leren) oplossen van rekenvraagstukken. Vooraf wordt echter enige achtergrondinformatie gegeven over het theoretisch en methodologisch kader waarbinnen deze onderzoekingen te situeren zijn.

Theoretische en methodologische achtergrond

Het theoretisch kader dat als achtergrond voor het verrichte onderzoek fungeert, bestaat uit

- een model van vaardig (wiskundig) probleemoplossen, waarin onderscheid gemaakt wordt tussen vier verschillende fasen - nl. opbouw van een initiële representatie van de probleemsituatie (= een situationeel model), constructie van een wiskundig model waarin de essentiële elementen van het situationeel model vervat zitten, uitvoering van het rekenwerk, en interpretatie en controle van de uitkomst van het rekenwerk - en waarin we bovendien vier verschillende kenniscomponenten onderscheiden, nl. domeinspecifieke kennis, heuristische methoden, metacognitieve kennis en vaardigheden, en affectieve aspecten;
- een visie op (wiskunde-)leren als een actief, constructief, cumulatief, zelfgereguleerd, intentioneel, gesitueerd en interactief proces;
- een benadering van (wiskunde-)onderwijs als het creëren van een krachtige onderwijsleeromgeving die de vereiste leerprocessen bij de lerenden maximaal uitlokt en ondersteunt, rekening houdend met de voorkennis van en met de verschillen tussen de leerlingen (zie De Corte, Greer & Verschaffel, ter perse).

Inzake onderzoeksmethoden hebben wij er van meetaf aan voor geopteerd om bij de bestuderen van het (leren) wiskundig probleemoplossen bij basisschoolleerlingen gebruik te maken van een grote diversiteit aan onderzoekstechnieken: collectieve toetsen, individuele interviews, oogbewegingsonderzoek, handboekanalyses, onderwijsexperimenten, enz.

Moeilijkheden bij het begrijpen van de opgavetekst

Zoals gezegd, begint ons model van vaardig oplossen van vraagstukken met de fase van de opbouw van een initïele probleemrepresentatie. Deze fase wordt opgevat als een complex, doelgericht tekstverwerkingsproces waarbij de oplosser, uitgaande van de opgavetekst (= bottom up) enerzijds en van cognitieve schema's van de basistypes van probleemsituaties (= top down) anderzijds, een globale interne representatie opbouwt van de essentiële elementen en relaties uit de opgave in termen van sets en set-relaties.

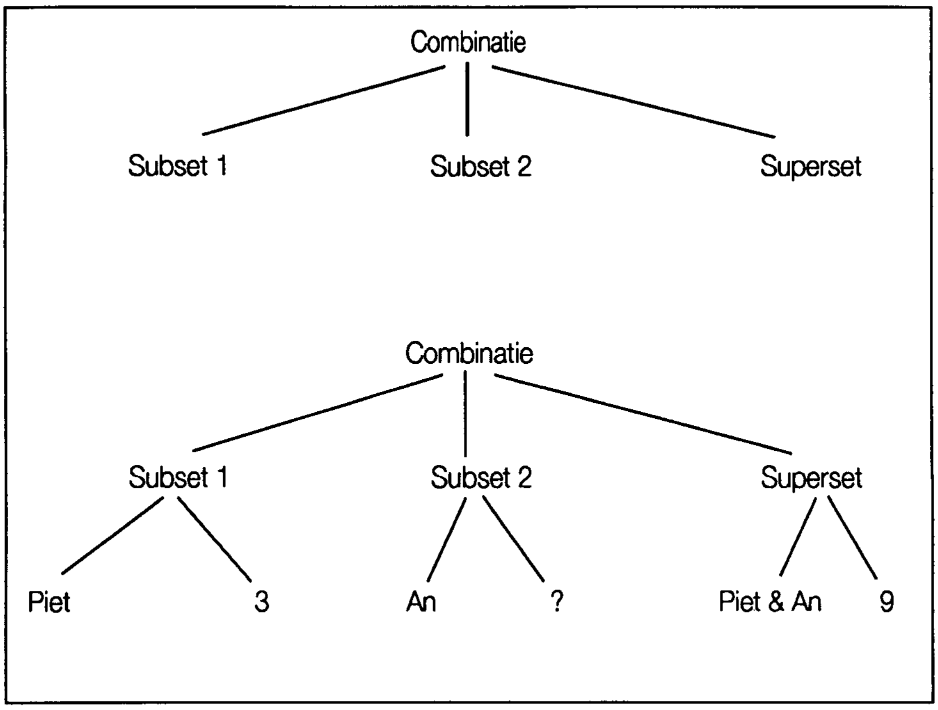
Zowel voor de zogenaamde additieve problemen (= situaties die te modeleren zijn via een formule-opgave van het type $a+b=.$ of $a-b=.$) als voor de zogenaamde multiplicatieve problemen (= situaties die te modeleren zijn via een formulesom van het type $axb=.$ of $a:b=.$), hebben wij op basis van systematisch onderzoek basistypes van probleemsituaties onderscheiden.

Enkele basistypes van additieve en multiplicatieve probleemsituaties (Verschaffel & De Corte, ter perse)

	ADDITIEVE PROBLEEMSITUATIES
Verandering	Piet had 6 appels. Hij gaf 3 appels aan An. Hoeveel appels heeft hij nu?
Combinatie	Piet heeft 6 appels. An heeft 3 appels. Hoeveel appels hebben Piet en An samen?
Vergelijking	Piet heeft 6 appels. An heeft 3 appels. Hoeveel appels heeft An meer dan Piet?
	MULTIPLICATIEVE PROBLEEMSITUATIES
Gelijke groepen	3 kinderen hebben ieder 4 appels. Hoeveel appels hebben zijn samen?
Vergelijking	Piet heeft 12 knikkers. Jan heeft 3 keer meer knikkers dan Piet. Hoeveel knikkers heeft Jan?
Combinatoriek	Van stad A naar stad B lopen er 3 wegen en van stad B naar stad C 4. Op hoeveel verschillende manieren kan je van stad A naar stad C rijden?
Rechthoek	Een rechthoeking stuk karton heeft een lengte van 12 cm. en een breedte van 6 cm. Bereken de oppervlakte van dit stuk karton.

Eén van de basisveronderstellingen van ons model is dat de vaardige probleemoplosser beschikt over kennis van deze basistypes van probleemsituaties. Het begrijpen van een vraagstuk door een ervaren oplosser komt dus hierop neer dat het passend cognitief schema uit het lange-termijn-geheugen wordt opgediept, en vervolgens wordt opgevuld met concrete elementen uit de opgavetekst. Bij wijze van voorbeeld geven we een schematische voorstelling van één van de drie abstracte basisschema's voor additieve (probleem)situaties, nl. het combinatieschema, én van de probleemrepresentatie van een concreet combinatie-vraagstuk, nl. *Piet en An hebben samen 9 appels. Piet heeft 3 appels. Hoeveel appels heeft An?* in termen van dit schema.

Schematische voorstelling van het combinatieschema en van de probleemrepresentatie van het vraagstuk *Piet en An hebben samen 9 appels. Piet heeft 3 appels. Hoeveel appels heeft An?* in termen van dit schema (De Corte & Verschaffel 1985)



Jonge en/of minder ervaren oplossers daarentegen zouden deze eerste fase van het oplossingsproces vaak niet zonder kleerscheuren doorkomen, omdat zij (nog) niet beschikken over het vereist cognitief schema én omdat de opgavetekst zélf hen niet de noodzakelijke 'cues' aanreikt om via *bottom-up processing* tot een adequate representatie van de probleemsituatie te komen. Bekijken we bij wijze van voorbeeld nog even het combinatie-vraagstuk uit de vorige figuur. In diverse onderzoekingen (zie o.m. De Corte & Verschaffel 1985) hebben we vastgesteld dat jonge basisschoolleerlingen er veelal niet in slagen om dit vraagstuk correct op te lossen, omdat zij in de eerste fase van hun oplossingsproces een interne probleemrepresentatie hebben opgebouwd waarin Piet en An gezamenlijk een groep van 9 appels hebben en Piet daarnaast zelf ook nog over 3 appels beschikt. We kwamen deze veel voorkomende foutieve probleemrepresentatie op het spoor door de leerlingen de opgavetekst te laten navertellen en/of door hen de probleemsituatie te laten naspelen met behulp van poppen en blokken. Dat dit vraagstuk door leerlingen op deze manier verkeerd begrepen wordt, komt doordat zij nog niet over een goed ontwikkeld combinatie-schema beschikken. Door de afwezigheid van dit schema zijn zij voor de opbouw van de probleemrepresentatie helemaal aangewezen op expliciete aanwijzingen of 'cues' in de opgavetekst. Doch juist deze 'cues' ontbreken in dit vraagstuk. Immers, er staat nergens *expliciet* vermeld dat de groep van 3 appels (van Piet) deel uitmaakt van de groep van 9 (van Piet en An samen).

Men kan dit vraagstuk natuurlijk zo herformuleren dat de deel-geheel-relatie tussen de groep van 3 en de groep van 9 in de opgavetekst duidelijk(er) tot uiting komt. Bijvoorbeeld: *Piet en An hebben samen 9 appels. Drie* ***van die*** *appels zijn van Piet.* ***De rest is van An.*** *Hoeveel appels heeft An?* Onderzoek heeft uitgewezen dat dergelijke herformuleringen gericht op de explicitering van de onderliggende betekenisstructuur, een sterk faciliterend effect hebben op de oplossingsvaardigheid van jonge en onervaren probleemoplossers (De Corte, Verschaffel & De Win 1985).

Leerkrachten dienen oog te hebben voor het effect van dergelijke (subtiele) tekstvariabelen op de wiskundige probleemoplossingsvaardigheid van leerlingen. Doch naast het zorgen voor duidelijke en ondubbelzinnige tekstformuleringen, moeten leerkrachten leerlingen ook stimuleren tot het ontwikkelen van de vereiste basisschema's van probleemsituaties en hen helpen deze efficiënt en flexibel te gebruiken wanneer ze met een concreet rekenvraagstuk worden geconfronteerd. Dit houdt onder meer in dat leerkrachten ervoor moeten zorgen dat de verschillende categorieën van probleemsituaties in het opgavenaanbod op evenwichtige wijze vertegenwoordigd zijn, maar ook dat leerlingen gedemonstreerd en aangeleerd wordt hoe ze deze cognitieve schema's kunnen gebruiken om de essentiële elementen en relaties uit de opgavetekst in kaart te brengen alvorens over te gaan tot de keuze van de juiste rekenoperatie(s). Het werken met verschillende aanschouwelijke voorstellingswijzen voor de diverse categorieën van additieve en multiplicatieve (probleem)situaties, kan daarbij een nuttige hulp bieden. (Voor een beschrijving van een onderwijsexperiment waarin dit aangetoond is, zie o.m. De Corte & Verschaffel 1989).

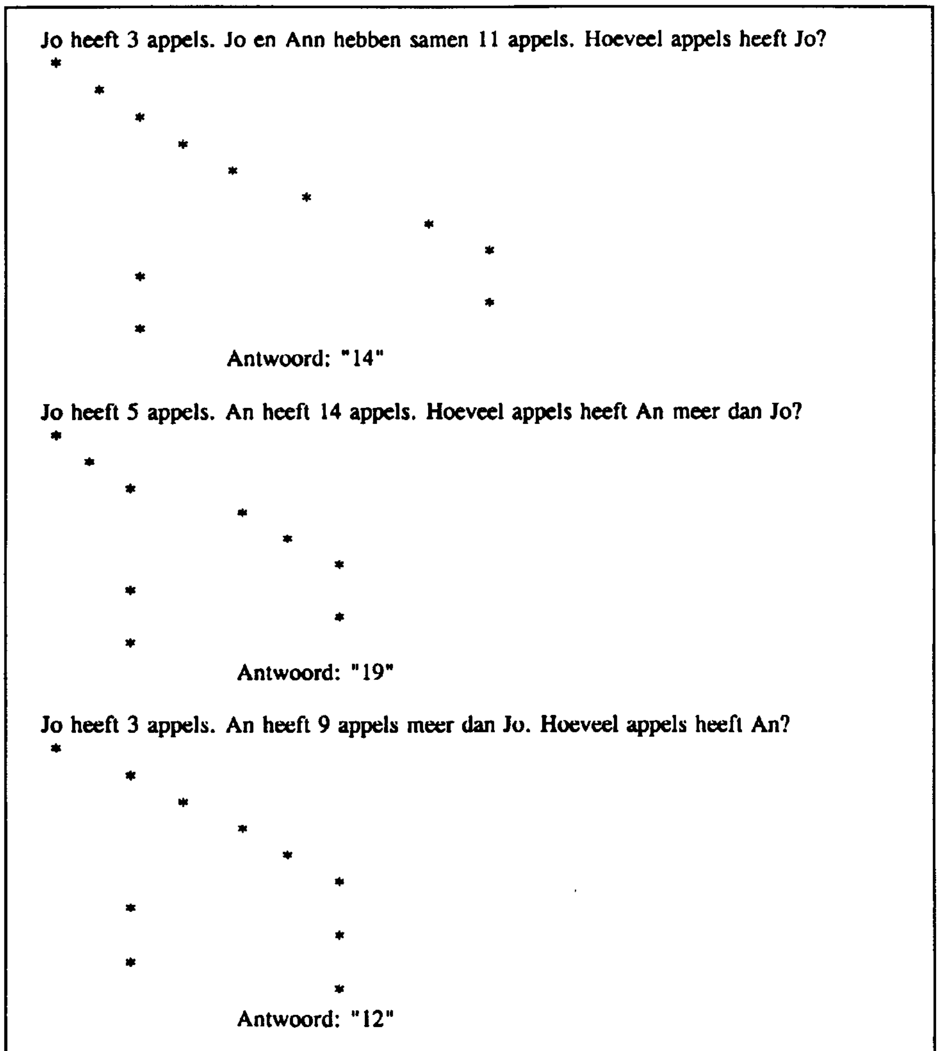
Oppervlakkige aanpakstrategieën

Het zou evenwel verkeerd zijn om alle fouten en moeilijkheden van leerlingen op schoolvraagstukken te interpreteren in termen van moeilijkheden bij de opbouw van een adequate semantische representatie die voortvloeien uit een ontoereikende kennisbasis. Uit andere studies is immers gebleken dat fouten ook vaak het gevolg zijn van een oppervlakkige manier van werken (*surface-level processing*), waarbij de leerling onmiddellijk aan het tellen of het rekenen slaat zonder de opgavetekst eerst aandachtig te lezen en/of diepgaand te proberen analyseren (*deep-level processing*). Twee voorbeelden van dergelijke oppervlakkige aanpakstrategieën zijn:

- zonder écht na te denken, met alle getallen in de opgave de laatst aangeleerde of meest vertrouwde rekenoperatie uitvoeren (bijvoorbeeld gewoon alle getallen optellen), of
- de keuze van de vereiste rekenoperatie baseren op de aanwezigheid van een sleutelwoord in de opgavetekst (bijvoorbeeld er staat *samen*, dus ik tel de beide getallen op; er staat *keer*, dus ik vermenigvuldig beide getallen).

Overtuigende steun voor het gebruik van de eerste oppervlakkige aanpakstrategie - nl. alles optellen - werd gevonden in een onderzoek waarin we de oogbewegingen registreerden van jonge basisschoolleerlingen tijdens het lezen en oplossen van een serie enkelvoudige optel- en aftrekvraagstukken, zoals *Piet heeft 3 appels. An heeft 8 appels. Hoeveel appels heeft An meer dan Piet?* en *Karel en Wim hebben samen 9 noten. Karel heeft 5 noten. Hoeveel noten heeft Wim?*. In één van deze studies (De Corte & Verschaffel 1987) stelden we vast dat verscheidene zwakke leerlingen alle aangeboden vraagstukken systematisch beantwoordden door de twee getallen uit de opgave 'gewoon' op te tellen (ook wanneer het bijvoorbeeld een aftrekvraagstuk betrof). Toen we de oogbewegingen van deze leerlingen nader bestudeerden, konden we duidelijk vaststellen dat zij de vraagstukken vaak niet eens (helemaal) lazen! In plaats van de opgave eerst volledig en aandachtig te lezen, 'scanden' zij deze tekst alleen maar snel af op zoek naar de twee getallen. Van zodra zij die gevonden hadden, stopten ze met scannen; vanaf dat moment sprongen hun ogen enkele keren heen-en-weer van het ene naar het andere getal, wat een typisch oogbewegingspatroon is voor iemand die iets (uit het hoofd) aan het uitrekenen is.

Schematische weergave van de oogbewegingen van een leerling bij een drietal optel- en aftrekvraagstukjes (De Corte & Verschaffel 1987)



* Tijdens het onderzoek werden de drie zinnen van een opgave onder elkaar gepresenteerd. Elk kruisje verwijst naar een nieuwe fixatie

Ook voor de tweede bovengenoemde oppervlakkige aanpakstrategie - de sleutelwoordstrategie - heeft het recent (oogbewegings)onderzoek duidelijke empirische evidentie opgeleverd. Zowel in eigen onderzoek (Verschaffel, De Corte & Pauwels 1992) als in dat van anderen (Hegarty, Mayer & Monk 1995) zijn er opvallende verschillen geconstateerd tussen de oogbewegingen van goede oplossers van rekenvraagstukken en subjecten die deze opgaven vaak foutief beantwoorden met het resultaat van een verkeerde rekenoperatie (een aftrekking in plaats van een optelling, of omgekeerd, of een vermenigvuldiging in plaats van een deling, of omgekeerd). In deze onderzoekingen werd vooral gewerkt met moeilijke vergelijkingsopgaven zoals *Piet heeft 8 knikkers. Piet heeft 3 knikkers minder dan An. Hoeveel knikkers heeft An?* en *Bij Aldi zijn er vandaag 750 eieren verkocht. Dat is 3 keer meer dan bij Delhaize. Hoeveel eieren zijn er vandaag bij Delhaize?*. Het meest opvallende verschil tussen de oogbewegingen van de goede en de zwakke oplossers is dat de fixaties van de eerstgenoemden veel meer evenredig verspreid zijn over de ganse opgavetekst, terwijl die van de zwakke oplossers veel sterker gericht zijn op de twee getallen en het sleutelwoord (bijvoorbeeld *minder* en *keer*).

Samengevat: hoewel vraagstukken in het reken/wiskunde-onderwijs zijn binnengehaald onder andere om de vaardigheden van leerlingen in het analyseren en oplossen van problemen te stimuleren, blijken velen alras allerhande oppervlakkige, verfoeilijke aanpakstrategieën zoals de sleutelwoordstrategie te hebben ontwikkeld, waarbij er van écht (leren) probleemoplossen helemaal geen sprake meer is. Dergelijke strategieën komen natuurlijk niet uit de lucht vallen. Zij worden door de leerlingen zelfstandig ontdekt en geconstrueerd als direct gevolg van bepaalde tekorten in de traditionele vraagstukkendidactiek.

Een eerste tekort betreft het eenzijdig en stereotiep opgavenaanbod. Inderdaad, voor heel veel opgaven waarmee de leerlingen geconfronteerd worden, leveren deze oppervlakkige aanpakstrategieën succes op. Zo is uit onderzoek gebleken dat in bepaalde reken/wiskundemethoden de sleutelwoordstrategie voor meer dan 3/4 van de vraagstukken die erin voorkomen, een correct antwoord oplevert. Wil men dat leerlingen waardevolle aanpakstrategieën gaan ontwikkelen, dan moet men er in elk geval voor zorgen dat het probleemaanbod daar uitdrukkelijk appél op doet.

Een tweede tekort van de traditionele vraagstukkendidactiek is de sterke prestatiegerichtheid van het onderwijs. Nog steeds wordt daarin meer belang gehecht aan snelle en correcte antwoorden dan aan de manier waarop deze antwoorden tot stand komen. In goed vraagstukkenonderwijs moet er ruimschoots aandacht besteed worden aan de ontwikkeling van waardevolle cognitieve en metacognitieve strategieën (Verschaffel 1989).

Schoolvraagstukken versus reële problemen

Zoals we in de inleiding hebben beklemtoond, is één van de hoofdbedoelingen van het vraagstukkenonderwijs ervoor te zorgen dat de leerlingen de verworven wiskundige kennis en vaardigheden achteraf kunnen toepassen in reële buitenschoolse probleemsituaties. Men verwacht, met andere woorden, dat er transfer optreedt van wat er tijdens de reken/wiskundeles geleerd is, naar andere contexten. Nu blijkt er ook met betrekking tot deze transfer-kwestie heel wat mis te gaan. Leerlingen voelen zich immers vaak erg hulpeloos wanneer ze met reële kwantitatieve probleemsituaties worden geconfronteerd.

Eén van de voornaamste oorzaken daarvan

is dat er nogal wat verschillen bestaan tussen klassieke schoolvraagstukken die de leerlingen tijdens de reken/wiskundeles aangeboden krijgen enerzijds en de probleemsituaties waarmee zij in het werkelijke leven te maken (zullen) hebben anderzijds. Wie met een klassiek schoolvraagstuk geconfronteerd wordt, doet er vaak goed aan om z'n ervaringskennis over de concrete situatie of context waarop het vraagstuk betrekking heeft, te negeren tijdens het oplossingsproces, terwijl dergelijke contextgebonden ervaringskennis in reële probleemsituaties juist een belangrijke, en vaak zelfs onmisbare rol vervult (Greer 1993; Nesher 1980; Reusser 1988; Schoenfeld 1992; Verschaffel & De Corte, ter perse).

Hoe sterk deze neiging tot het uitsluiten van ervaringsgebonden kennis in de context van het vraagstukkenonderwijs wel is, blijkt uit een recente studie van Verschaffel, De Corte & Lasure (1994). In dit onderzoek kreeg een grote groep vijfdeklassers, afkomstig uit verschillende Vlaamse basisscholen, tijdens een gewone rekenles een schriftelijke toets met twee soorten opgaven. Zo waren er een aantal standaardopgaven die 'probleemloos' gemodeleerd en opgelost kunnen worden door middel van één of twee rekenkundige basisbewerkingen met de getallen uit de opgave (bijvoorbeeld *Wim heeft 4 touwen van 2 meter gekocht. Hoeveel touwen van 1 meter kan hij daaruit knippen?* of *Opa heeft 16 repen chocolade. Hij verdeelt die repen eerlijk over zijn 4 kleinkinderen. Hoeveel repen krijgt ieder?*). Daarnaast kwamen ook een aantal opgaven voor waarbij de omzetting in een passend wiskundig model en/of de interpretatie van de uitkomst van het rekenwerk wél een probleem vormt, tenminste als men de context waarrond deze opgave is opgebouwd ernstig neemt (bijvoorbeeld *Wim heeft 4 planken van 2,5 meter gekocht. Hoeveel planken van 1 meter kan Wim daarvan zagen?* of *450 soldaten moeten per bus naar het oefenterrein vervoerd worden. Hoeveel bussen zijn er nodig, als je weet dat er maximaal 36 soldaten in één bus kunnen?*).

De onderzoeksresultaten boden overtuigende steun voor de hypothese dat leerlingen een sterke neiging vertonen om hun realiteitsgebonden kennis van de concrete probleemsituatie te negeren tijdens het oplossen van schoolvraagstukken: slechts 17% van de leerlingreacties op de problematische items was als 'realistisch' te bestempelen. Op het planken-vraagstuk bijvoorbeeld gaf slechts 10% van de leerlingen het realistisch antwoord 8; bijna alle overigen antwoordden (zonder verdere commentaar) met de uitkomst van de bewerking 2,5 x 4, nl. 10. Bij het bussen-probleem waren de resultaten beter, maar toch verzuimde nog zowat de helft van de leerlingen om de uitkomst van hun rekenwerk - nl. 450 : 36 = 12,5 of 12 rest 18 - te interpreteren in functie van de concrete probleemsituatie. Het onderzoek van Verschaffel e.a. (1994) toont dus duidelijk aan dat leerlingen na enkele jaren ervaring met klassiek vraagstukkenonderwijs geléérd hebben om bij het omzetten van een vraagstuk in een wiskundig model of bij de interpretatie van de uitkomst van dit rekenwerk, over het algemeen weinig of geen ruimte te laten voor realistische ervaringskennis en praktische overwegingen.

Weerom kunnen we een aantal instructiekenmerken verantwoordelijk stellen voor het ontstaan van de neiging bij basisschoolleerlingen om hun context-gebonden kennis buitenspel te zetten bij het oplossen van vraagstukken. Het ontstaan van deze neiging is op rekening te schrijven van de wisselwerking tussen twee kenmerken:

1. Het stereotiep en levensvreemd karakter van de overgrote meerderheid van de rekenvraagstukken waarmee de leerlingen op de basisschool worden geconfronteerd; in de vigerende rekenmethoden troffen we weinig of geen niet-stereotiepe, 'problematische' vraagstukken aan.

2. De manier waarop er door de leerkracht in de reken/wiskundelessen met schoolvraagstukken wordt omgesprongen; uit recent onderzoek is bijvoorbeeld gebleken dat (aspirant-)leerkrachten zelf stereotiepe, niet-realistische reacties op 'problematische' items meer waarderen (= hoger scoren), dan antwoorden en reacties van leerlingen waarbij er uitdrukkelijk gebruik gemaakt wordt van relevante, context-gebonden ervaringskennis (zie Verschaffel, De Corte & Borghart 1995).

In een recent onderwijsonderzoek hebben we nagegaan of het mogelijk is om betekenisvolle en positieve leereffecten te bereiken op het vlak van realistisch modeleren en interpreteren van wiskundige toepassingsproblemen door leerlingen onder te dompelen in een onderwijsleeromgeving waarin vraagstukken opgevat worden als oefeningen in realistisch modeleren en interpreteren, eerder dan als oefenstof voor het indrillen van stereotiepe, formele oplossingsmethoden. Het programma, dat doorgevoerd werd in de bovenbouw van een Vlaamse basisschool, bestond uit vijf leereenheden van ongeveer 2 1/2 uur, verspreid over 2 1/2 weken. De drie belangrijke pijlers van dit experimenteel programma kunnen als volgt samengevat worden.

1. De traditionele standaardopgaven werden vervangen door problemen die stuk voor stuk speciaal ontworpen waren om leerlingen te confronteren met het probleem van realistisch modeleren en interpreteren, en om hen zo het onderscheid te leren maken tussen toepassingssituaties die wel en niet problematisch zijn vanuit realistisch oogpunt.

2. Niet enkel het opgavenaanbod maar ook de instructietechnieken die in het programma werden gebruikt, verschilden aanzienlijk van die uit een klassieke vraagstukkenles; er werd bijvoorbeeld veelvuldig gebruik gemaakt van het werken in kleine groepen en discussies met de gehele klas.

3. Een derde belangrijke pijler van het programma was de expliciete gerichtheid op de ontwikkeling van een waardevolle wiskundige dispositie bij de leerlingen via het creëren van een klascultuur waarin veel belang en waarde gehecht werd aan het (leren) authentisch en realistisch oplossen van contextgebonden wiskundige toepassingssituaties.

De onderzoeksresultaten leverden overtuigende steun aan de hypothese dat het inderdaad mogelijk is om de dispositie tot realistisch modeleren en interpreteren van leerlingen uit de bovenbouw van de basisschool op betekenisvolle en positieve wijze te beïnvloeden via een dergelijke leergang (zie Verschaffel 1995).

Lieven Verschaffel
Katholieke Universiteit Leuven
Centrum voor Instructiepsychologie en -Technologie
Vesaliusstraat 2
3000 Leuven

Bibliografie

De Corte, E., B. Greer & L. Verschaffel: Psychology of mathematics. In D. Berliner & R. Calfee (Eds.): **Handbook of educational psychology.** New York: MacMillan, in press.

De Corte, E. & L. Verschaffel: Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems. **Journal of Mathematical Behavior,** 4 (1985), p. 3-21.

De Corte, E. & L. Verschaffel: Oogbewegingsregistratie bij het onderzoek van het probleemoplossen van kinderen bij rekenopgaven. **Pedagogische Studiën**, 64 (1987), p. 137-149.

De Corte, E. & L. Verschaffel: Teaching word problems in the primary school. What research has to say to the teacher. In B. Greer & G. Mulhern (Eds): **New developments in teaching mathematics**. London: Routledge, 1989, p. 85-106.

De Corte, E., L. Verschaffel & L. De Win: The influence of rewording verbal problems on children's representations and solutions. **Journal of Educational Psychology**, 77 (1985), p. 460-470.

Greer, B.: The modeling perspective on wor(l)d problems. **Journal of Mathematical Behavior**, 12 (1993), p. 239-250.

Hegarty, M., R.E. Mayer & C.A. Monk: Comprehension of arithmetic word problems. A comparison of succesful and unsuccesful problem solvers. **Journal of Educational Psychology**, 87 (1995), p. 18-32.

Nesher, P.: The stereotyped nature of school word problems. **For the Learning of Mathematics**, 1 (1980), p. 41-48.

Reusser, K.: Problem solving beyond the logic of things: Contextual effects on understanding and solving word problems. **Instructional Science**, 17 (1988), p. 309-338.

Schoenfeld, A.H.: On mathematics as sense-making. An informal attack on the unfortunate divorce of formal and informal mathematics. In J.F. Voss, D.N. Perkins & J.W. Segal (Eds.): **Informal reasoning and education**. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1991, p. 311-343.

Treffers, A., & E. De Moor: **Proeve van een nationaal programma voor het rekenwiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 2. Basisvaardigheden en cijferen.** Tilburg: Zwijssen, 1990.

Verschaffel, L.: Oplossen van vraagstukken op de lagere school. Resultaten van recent onderzoek. In **Problemen oplossen, een vraagstuk**. Brussel: Ministerie van het Basisonderwijs, 1989, p. 41-80.

Verschaffel, L.: **Leren realistisch modeleren en interpreteren van vraagstukken. Verslag van een onderwijsonderzoek bij leerlingen van de bovenbouw van de basisschool.** (Intern rapport). Leuven: Centrum voor Instructiepsychologie en -Technologie, KULeuven, 1995.

Verschaffel, L., E. De Corte & S. Lasure: Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. **Learning and Instruction**, 4 (1994), p. 273-295.

Verschaffel, L., & E. De Corte: Word problems. A vehicle for authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school? In P. Bryant & T. Nunes (Eds.): **How do children learn mathematics?** Hillsdale, NJ: Erlbaum, in press.

Verschaffel, L., E. De Corte & I. Borghart: Pre-service teachers' conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modeling of school word problems. Paper presented at the **Sixth Conference of the European Association for Research on Learning and Instruction**, Nijmegen, The Netherlands, august 1995.

Verschaffel, L. & K. Gravemeijer: Contextrijk reken/wiskunde-onderwijs. In **Gids Basisonderwijs** (Curr. 7420, 1-32). Brussel: Samsom, 1990.